

УДК 910

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ И ПРОИЗВОДСТВА

© 2016 г. В.Л. Бабурин, Н.А. Синицын

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
географический факультет, Москва, Россия
e-mail: vbaburin@yandex.ru, nicksinus@yandex.ru

Поступила в редакцию 22.06.2015 г.

Статья посвящена проблемам объединения моделей расселения и производственных моделей. Авторы предлагают интегральную пространственную производственно-расселенческую модель, которая позволяет количественно оценить территориальные различия как в иерархии населенных пунктов по субъектам Российской Федерации, так и параметров их экономической активности в зависимости от места в территориальной иерархии и специализации территории. Модель эластична и позволяет учитывать как влияние научно-технического прогресса на производительность труда и соотношение факторов производства, так и циклы конъюнктуры.

Ключевые слова: система расселения, производственные функции, моделирование, иерархия, эластичность параметров расселения и производства.

Введение. После всплеска “математической революции” в географии в 60–80-х годах XX в. интерес к математическим методам резко упал, и сейчас принято говорить, что количественно доказываемое то, что можно обосновать и на качественном уровне. Но, во-первых, для использования конкретной теории на практике всегда важен расчёт любого проекта, основанного на данной теории, а во-вторых, возможности нынешних ЭВМ за 40–50 лет многократно возросли. В-третьих, математика – универсальный язык для описания действительности в естественно-научных дисциплинах; забывая про неё, мы обрекаем географию на констатационное описание явлений и процессов, в лучшем случае – на качественный анализ.

Все модели можно разделить на два типа – количественного описания и аналитические. Первый тип по своей сути и смысловой нагрузке ничем не отличается от описания словесного, кроме инструмента – цифры вместо языка. Часть математических исследований в области экономической географии относится именно к этому типу. Аналитические модели, в свою очередь, делятся на индуктивные и дедуктивные. Индуктивную модель можно сравнить с “белым ящиком”, когда построение идёт от элементарных, единичных процессов в системе, раскрывается внутренняя логика. Дедуктивную модель можно, соответственно, сопоставить с

“чёрным ящиком”. Пример дедуктивной модели из интересующей нас области – производственная функция Кобба-Дугласа, позволяющая сложный и многогранный процесс производства свести к простому анализу соотношения выпуска с затратами труда и капитала.

Гипотеза исследования заключается в предположении, что локализация реального сектора экономики определяет локализацию населённого пункта и структуру системы расселения. Для доказательства этого утверждения было проведено сравнение двух распределений экономики по системе расселения. Первое распределение рассчитано исходя из распределения населения по системе расселения через производственную функцию. Назовём его *расчётным распределением*. Второе – задано эмпирически, исходя из реальных данных о существующем распределении реального сектора по системе расселения. Назовём его *реальным распределением*. Другими словами, в первом случае мы получаем иерархическую структуру реального сектора, посчитанную через иерархическую структуру населения посредством производственной функции, а во втором – ту же самую структуру, но полученную не в результате расчётов, а путём количественного описания. Если гипотеза верна, то оба распределения должны соответствовать друг другу.

Существующий исследовательский аппарат.

Для исследования взаимосвязи распределения населения и экономики по системе населенных пунктов использовалось несколько различных функций.

Производственная функция – зависимость между выпуском продукции и факторами производства – в простейшем случае рассматривается как зависимость выпуска от двух переменных – труда и капитала (в виде основных фондов). Более сложные функции объединяют, помимо труда и капитала, иные факторы производства, существенные для той или иной отрасли. Например, для сельского хозяйства это земля.

Общий вид производственной функции:

$$y = f(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n), \quad (1)$$

где y – выпуск товара, x_1, x_2, x_n – факторы производства.

Существует достаточно широкий спектр производственных функций.

Теория производства [2, 6, 7] исходит из возможности обеспечивать один и тот же выпуск за счёт разных сочетаний труда и капитала:

$$Q = f(K, L). \quad (2)$$

Исходя из её вида, можно сделать вывод о той или иной степени взаимозаменяемости факторов, и, следовательно, определить оптимальное сочетание труда и капитала, дающее максимальную прибыль. Данная задача обычно решается с использованием изоквант (линии выпуска одинакового объёма продукции), совокупность которых даёт представление о возможных комбинациях факторов производства для различных объёмов выпуска.

Одна и та же общая стоимость факторов может быть получена путём их комбинации в различных пропорциях. Следовательно, в тех же координатах можно построить линию равных издержек – изокосту.

Множество изоквант и изокост в одном пространстве позволяет найти для каждого объёма выпуска точку касания изокванты и изокосты (точку с минимумом издержек).

Одной из важных для нашего исследования возможностей производственных функций является эластичность замещения. Пусть $MRTS_{ij}$ – предельная норма замещения j -го фактора i -м, k_{ij} – отношение количества факторов i и j , используемых в производстве.

Тогда предельная эластичность замещения

$$\sigma_{ij} = \frac{d(\ln(k_{ij}))}{d(\ln(MRTS_{ij}))}. \quad (3)$$

Смысл показателя предельной эластичности заключается в возможности рассчитать отношение производной количества факторов производства в точке изокванты к производной предельной нормы замещения этих факторов. Иными словами, это отношение первой производной капитала по труду ко второй.

Несколько иной подход дает функция В. Леонтьева, или функция с фиксированными пропорциями факторов:

$$y = \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \frac{x_2}{a_2}\right). \quad (4)$$

Она соответствует ситуации абсолютной взаимодополняемости, когда изокванта вырождается в точку. Предельные производительности факторов производства в такой функции зависят от соотношения факторов производства: x_1/x_2 . Отсюда второе название – функция с фиксированными пропорциями.

Линейная производственная функция обычно соответствует ситуации абсолютной взаимозаменяемости, когда изокванты имеют вид прямых линий:

$$y = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2. \quad (5)$$

Но наиболее распространённой является *функция Кобба-Дугласа*, которая соответствует промежуточной ситуации, когда факторы могут и взаимозаменяться, и взаимодополняться:

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2}. \quad (6)$$

Предельная производительность такой функции зависит от средней производительности. Существуют и другие функции.

Общим случаем всех функций является *функция постоянной эластичности замены факторов (CES-функция)*:

$$y = (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_3})^{a_4}. \quad (7)$$

Коэффициент a_3 связан с эластичностью замещения соотношением:

$$a_3 = 1 - \frac{1}{\sigma}. \quad (8)$$

Если эластичность равна 1, то CES-функция вырождается в функцию Кобба-Дугласа. Если эластичность равна нулю, то a_3 равно минус бесконечности и CES-функция вырождается в функцию В. Леонтьева. Если эластичность равна бесконечности, то a_3 равно нулю, и CES-функция вырождается в линейную производственную функцию. CES-функцию используют, если точно не известен уровень взаимозаменяемости факто-

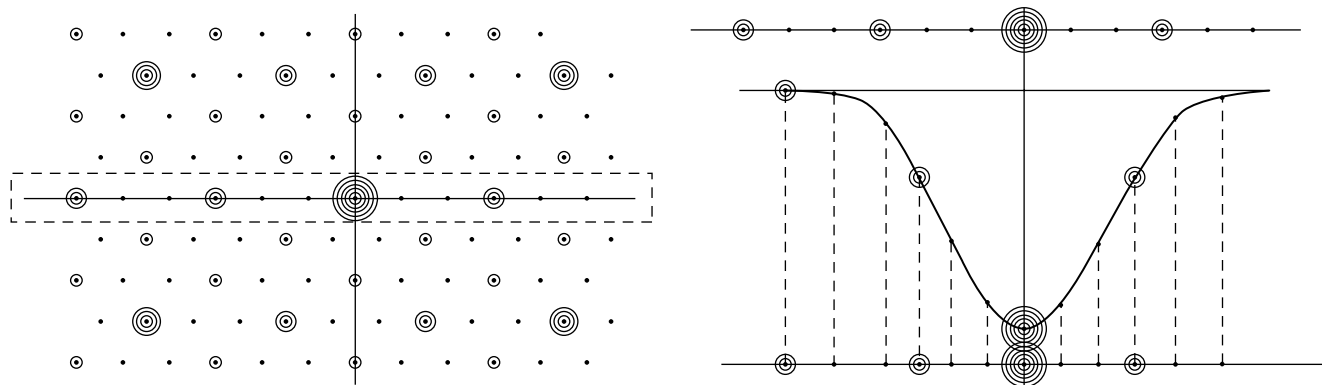


Рис. 1. Релятивистская деформация нормальной решётки Кристаллера.

ров производства. В таком случае можно экспериментальным путём выполнить их расчёт и, если эластичность не равна экстремальным значениям, применять CES-функцию.

Теме моделирования и количественной оценки городского расселения посвящено множество работ. Среди них можно выделить труды В.А. Шупера, предложившего синтез синергетики и теории центральных мест Кристаллера (рис. 1).

Одна из проблем ТЦМ – невозможность описания с помощью модели Кристаллера эффекта агломерации. Она возникает в результате сдвига центров уровня m к центрам уровня $m - 1$, а также в оскудении спектра его услуг. В такой системе выгоду получают как центры m , так и центры $m - 1$: крупные города развиваются за счёт трудовых ресурсов своих городов-спутников, а мелкие быстрее получают доступ к новшествам при диффузии инноваций. Больше всего при таком раскладе страдают центры $m + 1$, так как из-за сдвигов центров m в сторону крупного центра они испытывают дефицит в услугах и население вынуждено мигрировать в центры m и $m - 1$, что приводит к образованию депрессивных районов вблизи крупных центров. Далее В.А. Шупер рассматривает вопрос о возможности моделирования городских агломераций посредством теории центральных мест [9–11] через механизм искривления пространства. В такой системе не выполняется уравнение Бекманна-Парра (так как k не является константой), которое описывает соотношение между размерами центральных мест смежных уровней иерархии:

$$\frac{P_m}{P_{m+1}} = \frac{K - k}{1 - k}, \quad (9)$$

где P_m – людность центрального места уровня иерархии m , P_{m+1} – людность центрального места уровня иерархии $m + 1$, K – тип иерархии, k – доля центрального места в зоне его влияния [9–11].

Существует релятивистский принцип определения теоретического населения (не через уравнение Бекманна-Парра), который заключается в том, что пропорциональный коэффициент между смежными уровнями иерархии равен K . Это вытекает из самого уравнения при условии $k = 0$, а $k = 0$ при условии “выпадения” (читай: отсутствия) центральных мест определённого уровня (k – доля центрального места в своей зоне влияния). Можно утверждать, что классическая теория центральных мест (ТЦМ) и релятивистская ТЦМ – это два полярных варианта, большинство реальных систем расселения находится где-то между ними. Уравнение изостатического равновесия хорошо тем, что позволяет описать все эти варианты, с любым количеством “выкинутых” уровней, что значительно расширяет рамки применимости кристаллеровской модели [9–11].

Ю.В. Медведков [4, 5], анализируя зарубежный, прежде всего американский опыт, показал, что конфигурация расселения тесно связана с геометрией¹. Преобразования геосреды в контексте системы расселения особенно велики для транспортных путей. Причины появления транспортных путей – товарный обмен, связанный с территориальным разделением труда. Фундаментом для дедуктивных построений на уровне, где населённый пункт рассматривается как точка, служит набор чётких предположений:

1. Постоянство мест обитания людей. Несмотря на все перипетии исторического процесса, локализация населённых пунктов удивительно стабильна: они в своей массе довольно жёстко привязаны к своим местам.

2. Глубокая дифференциация населённых пунктов по темпам роста – одни растут быстро,

¹ В. Бунге выделяет три трактовки конфигурации: аспект размерностей; аспект искривления метрики; аспект плотностей.

другие – медленно, третьи исчезают. Бурный и продолжительный рост – удел очень немногих поселений, связанный, как правило, с исключительно удачным ЭГП.

3. Размер определяет иерархию, конечно, не всегда, но в подавляющем большинстве случаев. Концентрация демографического и экономического потенциала приводит к возникновению центральных и – шире – административных функций. У такого центра появляется зона тяготения, формируется агломерация.

Резюмировать эти три тезиса можно как:

- положение точек и их число фиксировано;
- точки различаются по уровням старшинства;
- вокруг больших точек группируются более мелкие (кроме самых младших).

Важное значение в работах Ю.В. Медведкова имеет понятие решётки, которое было введено Минковским в работе по геометрии чисел. Решётка – правильное размещение точек на плоскости (для двумерного пространства). При изображении решёток используют векторную алгебру. Два линейно независимых вектора образуют решётку, если выполняется соотношение между двумя любыми векторами:

$$\lambda = ka_1 + la_2, \quad (10)$$

где векторы a_1, a_2 – базис.

Для моделирования систем расселения используются так называемые критические решётки. В критических решётках точки заполняют пространство максимально плотно, но с учётом некоторого фиксированного минимального расстояния соседства. Вокруг точек решётки существуют их зоны влияния. Границы зоны влияния точек критической решётки имеют форму правильного шестиугольника. Использование понятия критической решётки позволяет дать точное доказательство некоторым фактам, которые в теории Лёша и Кристаллера даются на интуитивном уровне или эмпирически.

Для этого Ю.В. Медведков усложняет модель, вводя иерархию поселений, разделяя их на классы по уровню концентрации населения и производства. Мотивы концентрации – выгода на снижении транспортных издержек, кооперация и эффект масштаба. Сам процесс выделения подрешёток Медведков называет “натягиванием”. Все дальнейшие рассуждения им строятся на основании специальной гипотезы Кристаллера-Лёша: в любой зоне влияния в пределах одной шестиугольной ячейки одинаковое разнообразие соот-

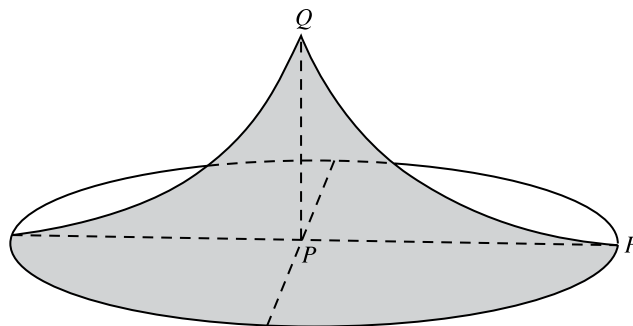


Рис. 2. Конус спроса.

ветствующих товаров или услуг. Экономический ландшафт Лёша [3] – продукт чисто рыночных сил, без учёта роли государства, природной среды, культурных различий. Пространство построенный Лёша абсолютно изотропно в любых отношениях. Для простоты картины Лёш берёт в своих моделях эффект масштаба, который конкурирует с транспортными издержками. С одной стороны, производитель стремится к неограниченному расширению предприятия, а с другой – его ограничивают транспортные издержки и давление соседних производителей: **эффект масштаба versus транспортные издержки + соседние производители**.

Единственный фактор изменения цены – расстояние от точки производства, выраженное через транспортные издержки (рис. 2).

Площадь фигуры PQF – объём спроса на радиусе PF , каждой точке которого соответствует определённая цена, пропорциональная расстоянию от точки P , а этой цене – объём спроса, отражённый кривой QF . Спрос D в экономической зоне будет равен объёму конуса, полученного вращением фигуры PQF вокруг оси PQ .

Известно, что объём тела вращения вокруг оси OY , заданного фигурой, ограниченной функцией $x = f(y)$, равен:

$$V = \pi \int_{y_1}^{y_2} x^2 dy, \quad (11)$$

$$D = b \cdot \pi \int_0^{PF} (OP + t)^2 dt, \quad (12)$$

где t – стоимость перевозки товара в одну из точек отрезка PF , b – константа, зависящая от плотности населения. В модели Лёша единственный фактор изменения цены – транспортные издержки, и, следовательно, рост цены будет отражать расстояние перевозки товара.

Авторская модель системы расселения. Логично предположить, что чем выше людность, тем меньше вероятность возникновения населённого пункта с данной людностью, так как большая людность предполагает наличие выгодного ЭГП, да ещё и на сравнительно длительном историческом этапе развития. Понятно, что мест с хорошим ЭГП гораздо меньше, чем средних, а уникальных вообще единицы. Поэтому число населённых пунктов данной людности (I) можно выразить следующим соотношением:

$$I = F(x \cdot f[z]), \quad (13)$$

где x – людность населённого пункта, z – ЭГП населённого пункта. Это соотношение потом понадобится нам для работы с базой расселения [1].

Запишем правило Ципфа в следующем виде:

$$P_i = P_0 \cdot n^{-i}. \quad (14)$$

Адаптируем это уравнение к системе расселения путём замены: P_i на I – плотность распределения в регионе населённых пунктов определённой категории людности; P_0 на λ – плотность распределения населённых пунктов на базе расселения. База расселения – совокупность сельских населённых пунктов, распределение которых подчиняется не закону Ципфа, а нормальному распределению, поскольку в рамках базы не существует иерархии. База – это низший уровень, привязанный в своём размещении к природным условиям; n заменяем на x – среднее значение категории людности (аналог ранга, так как все категории абсолютно одинаковы); $-i$ на $-n$ – и там, и там – некая степень.

В общем виде это соотношение выражается формулой

$$I = \lambda \cdot x^{-n}, \quad (15)$$

где λ – коэффициент, зависящий от размеров и степени освоённости территории, $-n$ – коэффициент, отражающий обратно пропорциональную связь между I и n и в общем случае контрастность системы расселения.

Логарифмируя выражение (15), получаем:

$$\log I = \log \lambda - n \cdot \log x. \quad (16)$$

Введём замену $\log I = y$, $\log \lambda = A$, $\log x = X$. Тогда:

$$y = A - n \cdot X. \quad (17)$$

В итоге получилась линейная функция, график которой изображён на рис. 3.

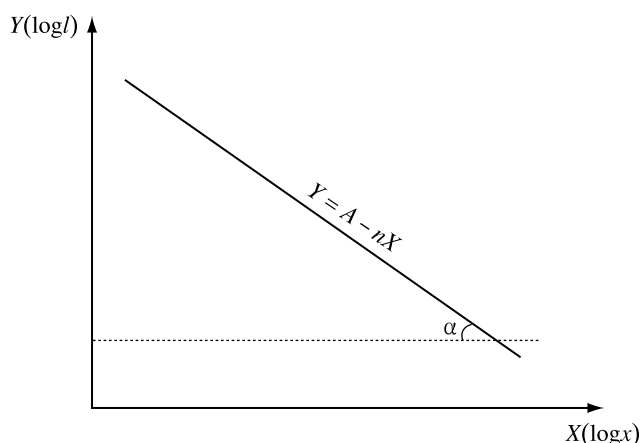


Рис. 3. График выражения (16).

При этом $n = \operatorname{tg}(\alpha)$, где α – угол между графиком функции и осью OX . Получается, что n – коэффициент, определяющий структуру иерархии населённых пунктов [1].

В качестве основного источника информации для расчетов использовались материалы переписей, которые по специальной методике были трансформированы для целей моделирования. Первичные их материалы не могут быть использованы для расчётов. Необходимо сведение таблиц городских и сельских поселений в один массив, причём самые крупные сельские населённые пункты (более 3000 чел.) пересекаются с городскими (менее 5000 чел.), поэтому необходимо пересчитать их в одну пограничную категорию (от 3000 до 5000 чел.).

Далее рассчитывается плотность распределения населённых пунктов каждой категории людности по территориям (регионам, районам и др.), но расчёты ведутся не на 1 км², а на 100 000 км², т.е.

$$\rho = \frac{N}{S} \cdot 100\,000, \quad (18)$$

где N – число населённых пунктов определённой категории людности, S – площадь региона.

В итоге получается распределение в пространстве населённых пунктов различной людности по некой территории. Однако здесь есть одна проблема. Дело в том, что в силу особенностей сбора и обработки статистики размер категорий людности неодинаков, поэтому невозможно определить соотношение населённых пунктов между категориями. Для этого необходимо разделить полученное значение плотности для конкретной категории на размер этой категории:

$$I = \frac{\rho}{x_{\text{верх.}} - x_{\text{нижн.}}}, \quad (19)$$

где $x_{\text{верх.}}$ – верхняя граница категории, $x_{\text{нижн.}}$ – нижняя граница категории [1].

1. Воспользуемся уравнением (16):

$$\log I = \log \lambda - n \cdot \log x.$$

2. Введём замену $\log I = y$, $\log \lambda = A$, $\log x = X$, $n = B$

$$A - B \cdot X = y. \quad (20)$$

3. Используя метод наименьших квадратов, находим $y = \log I$, $X = \log x$ в выражении (20). Для этого решается система уравнений:

$$\begin{cases} A \cdot N + B \cdot \Sigma X = \Sigma y \\ A \cdot \Sigma X + B \cdot \Sigma X^2 = \Sigma (X \cdot y) \end{cases}, \quad (21)$$

где N – число категорий людности (т.е. число точек, по которым будет строиться прямая).

4. Выражаем из первого уравнения A :

$$A = \frac{\Sigma y - B \cdot \Sigma X}{N} \quad (22)$$

5. Подставляем A (22) во второе уравнение и выражаем B :

$$B = \frac{\Sigma (X \cdot y) - \frac{\Sigma y \cdot \Sigma X}{N}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{N}}. \quad (23)$$

6. Подставляем полученное значение B в формулу (20) и находим A .

7. Потенцируя выражение $\log \lambda = A$, находим λ , из замены $n = B$ получаем n .

На основе вычисленных данных (λ , n) можно получить уравнение для описания системы расселения определённой территории. В данном случае оно будет отражать структуру соотношения населённых пунктов различной людности и плотность их распределения по территории. С помощью такого алгоритма можно изучать систему расселения не только на качественном, но и на количественном уровне, но надо понимать, что каждый район имеет свою специфику, связанную с его экономикой, природными условиями и историей развития, поэтому важна комплексная характеристика системы расселения. Среди недостатков этого метода – невозможность продемонстрировать особенности группового расселения, осреднение результатов по большим площадям.

Так как в экономической деятельности участвует не все население, в расчетах выделяется его занятая часть (в нашем случае это занятые в промышленности). Это можно сделать либо напрямую по данным статистики, либо расчетным пу-

тем через градообразующий коэффициент. В этом случае правильнее сказать, что моделируется не система расселения, а распределение жителей населённых пунктов, занятых в промышленности, по системе расселения.

Моделирование пространственного размещения производства. Сопоставляя два полученных уравнения, сконструированных независимо друг от друга, мы можем подтвердить или опровергнуть гипотезу о связи иерархически соподчинённого распределения производства и населения по системе расселения через фонды.

Выше правило Ципфа было записано в виде (14):

$$P_i = P_0 \cdot n^{-i}.$$

Преобразуем это уравнение для количественного описания производства путём замены:

- P_i на Y – плотность распределения в регионе населённых пунктов, сосредотачивающих объёмы производства определённой категории;
- P_0 на γ – плотность распределения населённых пунктов по объёму производства на базе расселения (про базу – см. п. “Моделирование системы расселения”);
- n на j – среднее значение категории объёма производства (аналог ранга, так как все категории абсолютно одинаковы);
- $-i$ на $-k$ – и там, и там – некая степень.

В общем виде это соотношение выражается формулой:

$$Y = \gamma \cdot j^{-k}, \quad (24)$$

где γ – коэффициент, зависящий от размеров и степени освоенности территории, $-k$ – коэффициент, отражающий обратно пропорциональную связь между Y и k .

Тогда, чтобы получить уравнение для описания распределения производства по системе расселения, надо найти γ и k . Процедура абсолютно аналогична поиску λ и n для уравнения распределения населения по системе расселения за исключением двух моментов. Вместо *плотности распределения населённых пунктов определённой категории людности* считается *плотность распределения населённых пунктов определённого объёма производства* (на 100 000 км²), т.е.

$$\rho = \frac{N}{S} \cdot 100000, \quad (25)$$

где N – число населённых пунктов определённого объёма экономики, S – площадь территории.

В итоге получается распределение в пространстве населённых пунктов различного объёма производства. Далее точно так же приводим все плотности к общему знаменателю – размер категорий объёма производства может определяться произвольно, как будет удобно; главное – это разделить полученную плотность на размер самой категории.

$$P = \frac{\rho}{j_{\text{верх.}} - j_{\text{нижн.}}}, \quad (26)$$

где $j_{\text{верх.}}$ – верхняя граница категории, $j_{\text{нижн.}}$ – нижняя граница категории.

Так как статистики по населённым пунктам с определённым объёмом производства нет, то для вычисления γ и k применительно к размещению промышленности можно не брать весь спектр населённых пунктов, а ограничиться “верхними этажами” системы расселения, ведь логарифмирование выражения (24) с преобразованием гиперболы в прямую позволяет построить её уже по двум точкам (понятно, что приемлемой точности можно достичь построением по нескольким точкам). Это позволяет для построения уравнения распределения экономики (промышленности) по системе расселения ограничиться объёмами производства примерно по десятку крупнейших городов территории, не углубляясь в объёмы производства мелких и средних пунктов. Подобная информация представлена в системе “Мультистат”.

Описание экономики через производственную функцию. В идеале необходимо моделирование и других составляющих производственного процесса (фондов, инвестиций и производных от них производительности труда, фондоемкости, фондоотдачи и т.п.). Рассмотрим логику производственной части модели на примере одной из наиболее простых производственных функций – функции Кобба-Дугласа. Суть других функций та же, но точность больше, так как они более гибкие за счёт большого количества поправочных коэффициентов. Однако немалая сложность формул приводит к громоздким вычислениям, а использование более сложных функций зачастую не оправдано скромной прибавкой точности при объёмных расчётах.

Производственная функция позволяет связать величину созданного продукта с затратами труда и объёмами производственных фондов [6–8]:

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2}, \quad (27)$$

где y – объём произведённой продукции, x_1 – затраты труда, x_2 – объём производственных фондов, a_0 – отраслевой коэффициент, a_1 , a_2 – эластич-

ность производства по факторам. Коэффициенты, показывающие на сколько единиц увеличится или уменьшится выпуск товара при увеличении затрат или объёмов фондов на одну единицу, определяются экспериментальным путем. Они могут принимать значения от 0 до 1. Даже если статистики по отраслевым коэффициентам нет, их можно посчитать, используя определенный алгоритм. Покажем это из функции Кобба-Дугласа.

Если отраслевой коэффициент – это эластичность продукции по труду и фондам, то исходя из определения эластичности, он будет равен отношению предельной производительности труда или фондоотдачи к средней. Рассмотрим этот подход на примере эластичности по труду.

Средняя производительность труда – отношение выпуска продукции к затратам на труд:

$$\frac{y}{x_1} = \frac{a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2}}{x_1} = a_0 \cdot x_1^{a_1-1} \cdot x_2^{a_2}. \quad (28)$$

Предельная производительность труда – отношение приращения выпуска продукции к приращению затрат на труд (18), т.е. первая производная от производственной функции:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = (a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2})' = a_0 \cdot a_1 x_1^{a_1-1} \cdot x_2^{a_2}. \quad (29)$$

Делим предельную производительность труда на среднюю:

$$\frac{\frac{\partial y}{\partial x_1}}{\frac{y}{x_1}} = \frac{a_0 \cdot a_1 x_1^{a_1-1} \cdot x_2^{a_2}}{a_0 \cdot x_1^{a_1-1} \cdot x_2^{a_2}} = a_1. \quad (30)$$

Аналогично выражается эластичность фондоотдачи. Следовательно, имея временные ряды производства продукции, числа занятых (фонд заработной платы) и стоимости фондов предприятия (территории, компании и т.п.), можно легко посчитать отраслевые коэффициенты: a_0 – производственный коэффициент, считается из простого уравнения с одним неизвестным, так как отраслевые коэффициенты нами рассчитаны, а объём производства, число занятых и стоимость фондов известны из временных рядов. Для получения уравнения распределения экономики по системе расселения надо только подставить выражения, описывающие распределение населения и фондов по системе расселения.

Перейдём к решению задачи моделирования распределения капитала по системе расселения. Описание капитала реализуется через описание распределения фондов по системе расселения. В конкретных расчетах под основными фондами подразумеваются основные промышленно-производственные фонды.

Выше правило Ципфа было записано в виде (14):

$$P_i = P_0 \cdot n^{-i}.$$

Преобразуем это уравнение для количественного описания фондов путём замены:

- P_i на F – плотность распределения в регионе населённых пунктов определённой категории стоимости основных фондов;
- P_0 на β – плотность распределения населённых пунктов по объёму экономики на базе расселения (про базу – см. п. “Моделирование системы расселения”);
- n на d – среднее значение категории стоимости фондов (аналог ранга, так как все категории одинаковы);
- $-i$ на $-t$ – и там, и там – некая степень.

В общем виде это соотношение выражается формулой

$$F = \beta \cdot d^{-t}, \quad (31)$$

где γ – коэффициент, зависящий от размеров и степени освоённости территории, $-k$ – коэффициент, отражающий обратно пропорциональную связь между Y и k .

Тогда, чтобы получить уравнение для описания распределения фондов по системе расселения, следует найти β и t . Процесс абсолютно аналогичен поиску λ и n для уравнения распределения населения по системе расселения за исключением двух моментов.

Первое. Вместо *плотности распределения населённых пунктов определённой категории людности* считается *плотность распределения населённых пунктов определённой стоимости основных фондов* (на 100 000 км²), т.е.

$$\rho = \frac{N}{S} \cdot 100\,000, \quad (32)$$

где N – число населённых пунктов определённой стоимости основных фондов, S – площадь территории.

В итоге получается распределение населённых пунктов с различной стоимостью основных промышленно-производственных фондов по некоей территории.

Далее мы точно так же приводим все плотности к общему знаменателю. Размер категорий стоимости основных фондов может определяться произвольно, как будет удобно; главное – это разделить полученную плотность на размер этой самой категории.

$$Y = \frac{\rho}{j_{\text{верх.}} - j_{\text{ниж.}}}, \quad (33)$$

где $j_{\text{верх.}}$ – верхняя граница категории, $j_{\text{ниж.}}$ – нижняя граница категории.

Статистики по числу населённых пунктов с определённым объёмом экономики нет. Но для вычисления γ и k можно не брать весь спектр населённых пунктов, а ограничиться “верхними этажами” системы расселения. Эта ситуация аналогична той, когда мы моделировали распределение экономики по системе расселения на основе аналога правила Ципфа.

Получается, что для построения уравнения распределения промышленно-производственных основных фондов по системе расселения достаточно знать стоимость основных промышленно-производственных фондов примерно десятка крупнейших городов территории. Поскольку Росстат и “Мультистат” не публикуют данные по основным фондам в целом, мы рассчитываем сначала фондоотдачу по добыче полезных ископаемых, обрабатывающей промышленности и производству энергии газа и воды, а затем экстраполируем эту фондоотдачу на все города территориальной системы расселения, тем самым рассчитывая стоимость фондов для каждого города по отраслевым блокам промышленности, а затем суммируем полученные значения.

Расчёт производственной функции Краснодарского края. В качестве исходных данных использовались объём промышленного производства, стоимость основных фондов и число занятых в промышленности по Краснодарскому краю с 2005 по 2013 г.

В результате была получена производственная функция Краснодарского края:

$$Y = 1.019 \cdot K^{0.986} \cdot L^{0.42}. \quad (34)$$

Сумма показателей степеней больше 1, следовательно, экономике Краснодарского края свойственна возрастающая отдача от факторов производства при изменении его масштаба. Проверка показала, что полученное уравнение хорошо согласуется с реальными данными. Для проверки взяты данные по промышленному производству региона из ежегодников Росстата, которые сравнивались с расчётными значениями по уравнению (рис. 4). Коэффициент достоверной аппроксимации $R^2 = 0.78$.

Общая численность населения в крае составляет около 5.4 млн чел., из них занято в народном хозяйстве 2.3 млн чел. Больше всего занято в секторе услуг – 53%, следом идёт сельское хозяйство – 17%. В промышленности занято 15%,

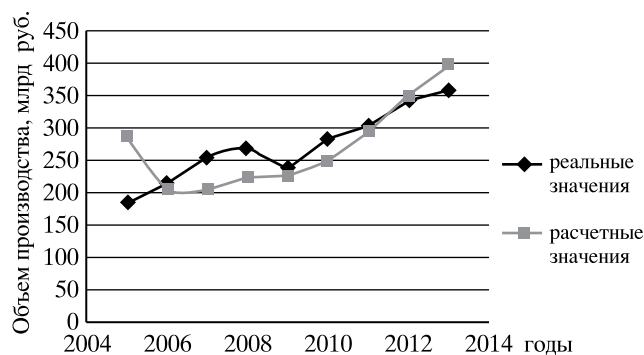


Рис. 4. Проверка уравнения производственной функции.

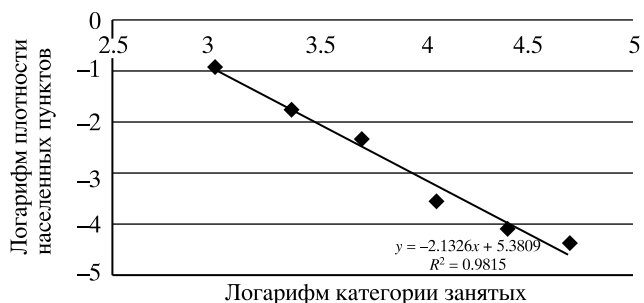


Рис. 5. Уравнение распределения плотности численности населённых пунктов по категориям занятых в промышленности в Краснодарском крае.

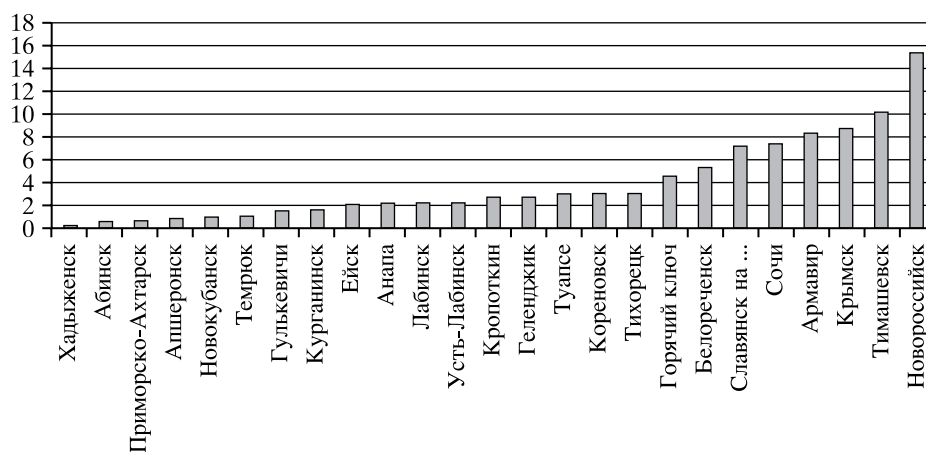


Рис. 6. Распределение городов по стоимости основных фондов, млрд руб.

или 338 тыс. чел. Уместно предположить, что в населённых пунктах с людностью менее 10 тыс. чел. объёмы промышленного производства невелики и ими можно пренебречь.

Далее в соответствии с описанной методикой рассчитывалась плотность населённых пунктов по категориям людности и их десятичные логарифмы (рис. 5).

Как показали расчёты, максимальная фондоотдача в обрабатывающей промышленности составляет 2.4, т.е. на каждый рубль стоимости фондов они производят 2.4 руб. продукции. Минимальная фондоотдача – в производстве электроэнергии, тепла и воды. Распределение городов по стоимости основных фондов в ценах 2010 г. показано на рис. 6. Из распределения намеренно исключён Краснодар, т.к. стоимость фондов в городе (128 млрд руб.) на порядок больше, чем в других городах края.

Исходя из распределения фондов, вся совокупность городов была разбита на 4 группы².

² При расчёте мы не брали группу ниже 2 млрд руб., так как среди этих населённых пунктов есть станицы, а статистика предоставляется только по городским населённым пунктам. Следовательно, мы недооцениваем число населённых пунктов в этой категории стоимости фондов.

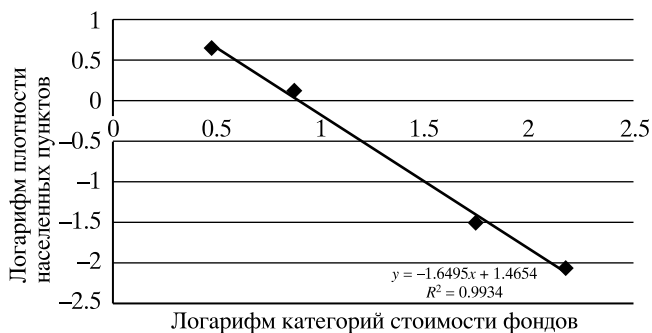


Рис. 7. Уравнение распределения плотности населённых пунктов по категориям стоимости фондов в промышленности Краснодарского края.

Далее, рассчитывалась плотность населённых пунктов по категориям стоимости фондов (рис. 7). Распределение городов по объёму производства во многом похоже на их распределение по фондам. Фондоотдача в целом по городам края больше единицы (1.18).

Исходя из распределения производства, вся совокупность городов также была разбита на

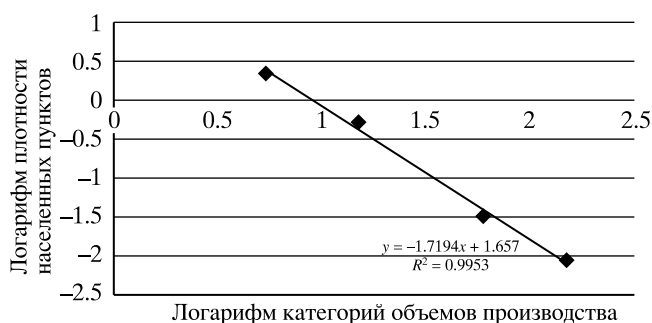


Рис. 8. Уравнение распределения плотности населённых пунктов по категориям объёмов производства Краснодарского края.

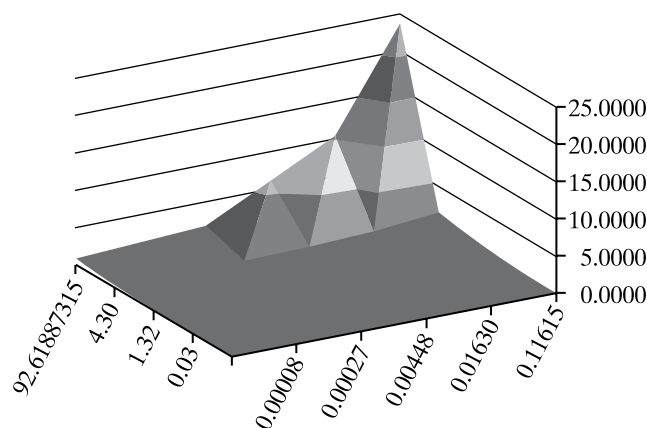


Рис. 9. График плоскости производственной функции системы расселения.

4 группы³, и в соответствии с методикой рассчитана плотность населённых пунктов по категориям объёмов производства (рис. 8).

Построение и проверка производственной функции системы расселения. Подставляя значения плотности распределения числа населённых пунктов по категориям фондов и по категориям занятых в производственную функцию (34), получаем расчётные значения плотности распределения промышленного производства по системе расселения, которое описывается функцией двух переменных, графиком которой является плоскость (рис. 9).

По оси OX на рис. 9 – плотность числа населённых пунктов по категориям занятых в промышленности, по оси OY – плотность числа населённых пунктов по категориям стоимости основных

фондов, по оси OZ – плотность числа населённых пунктов по категориям объёма промышленного производства.

Для верификации полученных результатов было построено независимое распределение плотности числа населённых пунктов по категории производства на основе реальной статистики по промышленности в городах края. Проверка проводилась путём сравнения двух полученных распределений – расчётного по производственной функции и реального, полученного по фактическим данным. Анализ показал достаточно высокий уровень сходимости этих двух распределений.

Выводы. Проведённое исследование показало, что основным недостатком рассмотренных моделей является отсутствие комплексного подхода к моделированию территориальной организации общества. А. Лёш описывал только распределение промышленности, исходя из микроэкономических предпосылок, Ю.В. Медведков и В. Кристаллер – распределение населения через сектор услуг. Модель В.А. Шупера направлена на адаптацию модели В. Кристаллера при высокой концентрации населения. В рамках же предложенной модели удалось связать распределение населения в пространстве с распределением экономики (на примере промышленности). Для этого были исследованы виды производственных функций и выбрана оптимальная, наиболее подходящая для решения поставленной задачи функция Кобба-Дугласа, достоинства которой являются широкая ниша применения, относительная простота расчётов и доступность статистики. Путём синтеза распределения плотностных характеристик компонент производственной функции была разработана объединённая модель расселения населения и производства. Для экспериментальной проверки модели в составе был выбран Краснодарский край, как территория с относительно регулярной сетью расселения, хорошо выраженной иерархией населённых пунктов, разнообразной отраслевой структурой промышленности (при малой доле горнодобывающей отрасли), практически полным отсутствием моногородов, которые искажают связи расселения с производственным потенциалом территории.

Анализ полученных результатов показал справедливость предложенной гипотезы о наличии связи между плотностными характеристиками труда, производства и капитала, а сравнение двух распределений показало их высокое сходство. В результате удалось показать, что плотность населённых пунктов с определённым объёмом

³ При расчёте не бралась группа ниже 1 млрд руб., так как среди этих населённых пунктов есть станицы, а статистика предоставляется только по городским населённым пунктам. Следовательно, имеет место недооценка числа населённых пунктов в этой категории объёмов производства.

производства связана с плотностью населённых пунктов с определённой людностью через плотность населённых пунктов с определённым размером основных фондов.

Модель позволяет оценить не только теоретическое размещение населения, но и показать трансформации системы расселения, связанные с научно-техническим прогрессом через рост производительности труда, которое в рамках модели проявляется как снижение роли живого труда (переменная L – труд) и возрастание роли овеществлённого труда (переменная K – капитал).

Использование количественных плотностных характеристик в распределении населённых пунктов и в части локализации производства представляется важным для решения задач оценки ущербов от природных рисков. Это позволяет уйти от голых цифр, какими оперируют в экономической науке и привязать значения к конкретным территориям.

Благодарность. Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-06-99655).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабурин В.Л.* Опыт количественного анализа типов расселения // Вестник Московского университета. Серия 5. География. 1974. № 7. С. 103–105.
2. *Клейнер Г. Б.* Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. 239 с.
3. *Лёш А.* Пространственная организация хозяйства. М.: Наука, 2007. 663 с.
4. *Медведков Ю. В.* Экономгеографическая изученность районов капиталистического мира (Приложения математики в экономической географии) // Итоги географии. 1965. № 2. С. 13–54.
5. *Медведков Ю. В.* Экономгеографическая изученность районов капиталистического мира (Анализ конфигурации расселения) // Итоги географии. 1966. № 3. С. 127–148.
6. *Пелих А.С., Терехов Л.Л., Терехова Л.А.* Экономико-математические методы и модели управления производством. Ростов-н/Д: Феникс, 2005. 248 с.
7. *Терехов Л. Л.* Производственные функции. М.: Статистика, 1974. 25 с.
8. *Фёдорова Е.А.* Анализ основных производственных факторов аграрно-промышленного комплекса Тверского региона // Управление экономическими системами. 2011. № 9. С. 23–27.
9. *Шулер В.А.* Развитие теоретических представлений в области пространственного анализа // Изв. РАН. Сер. геогр. 2011. № 3. С. 7–16.
10. *Шулер В.А.* Релятивистская теория центральных мест и расселение в постиндустриальную эпоху // География мирового развития. Вып. 2. Сб. науч. трудов. М.: Тов-во научных изданий КМК, 2010. С. 177–194.
11. *Шулер В.А.* Самоорганизация городского расселения. М.: Рос. откр. ун-т, 1995. 166 с.

Modeling the Spatial Distribution of Population and Production

V.L. Baburin, N.A. Sinitsyn

*Moscow State University, Faculty of Geography, Moscow, Russia
e-mail: vbaburin@yandex.ru, nicksinus@yandex.ru*

Article is devoted to problems of association of models of settlement pattern and production. The authors propose an integral spatial model of production and settlement pattern which allows quantitatively estimating the territorial differences both in the hierarchy of settlements by federal subjects and parameters of their economic activity depending on the place in the territorial hierarchy and specialization of areas. The model is rather flexible and can account for both the influence of scientific and technical progress on labor productivity and the ratio of factors of production and cycles of the conjuncture.

Keywords: settlement system, production functions, modeling, hierarchy, flexibility of parameters of settlement pattern and production.

doi: 10.15356/0373-2444-2016-2-7-17